UM MÉTODO PARA TRIANGULARIZAÇÃO DE PONTOS NO ESPAÇO TRI-DIMENSIONAL

Paulo Roberto C. de Araujo
LSICG/DEE;UFPB
Caixa Postal 10.065 - 58.100 Campina Grande, PB

RESUMO - Este trabalho apresenta uma técnica nova para a solução do problema da subdivisão de um domínio discreto no espaço tri-dimensional, em elementos triangulares. Esta técnica pode ser usada na triangularização automática de superfícies fechadas (envoltórias), ou seja, na construção de uma aproximação poliédrica da superfície considerada.

1. INTRODUÇÃO

A reconstrução de superfícies a partir de um conjunto de pontos arbitrariamente distribuídos, é um problema relevante em computação gráfica aplicada ao processamento de dados geográficos, CAGD, visão por computador e medicina. Um procedimento clássico utilizado no processo de reconstrução, é a subdivisão do conjunto de pontos em células de topologia triangular, seguido em muitos casos, da aplicação de funções interpolatórias em cada uma das células obtidas.

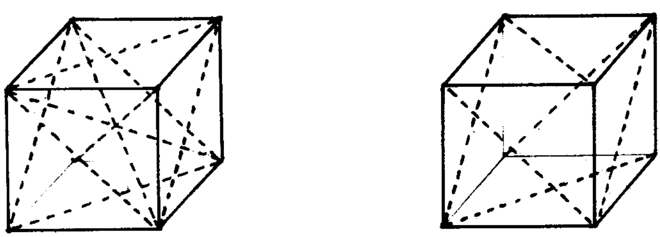
O problema da triangularização de pontos pode se apresentar em diferentes níveis de dimensionalidade e complexidade. No processamento de dados geográficos, por exemplo na reconstrução de terrenos, o domínio é bi-dimensional. Os pontos de amostra ou vértices da malha a ser gerada, repousam sôbre um mesmo plano. Um problema mais complexo se configura em medicina, precisamente na reconstrução, via computação gráfica, de orgãos animais ou humanos, a partir de amostras contidas em planos paralelos ou quase paralelos entre si. Finalmente, em certos casos, a digitalização de objetos de superfície externa irregular, quer através de métodos indiretos como ultra-sonografia, quer diretamente, via tablete 3-D, implica na coleta de um conjunto de pontos de amostra irregularmente distribuídos no espaço. A triangularização manual destas amostras seria uma tarefa extremamente trabalhosa, requerendo assim o uso de métodos automáticos de triangularização. As seções seguintes deste artigo, abordam esta questão mais detalhadamente e culminam com a proposta de um método simples de triangularização no espaço tri-dimensional.

2. SUBDIVISÃO DE DOMÍNIOS DISCRETOS NO ESPAÇO TRI-DIMENSIONAL

Intuitivamente, a subdivisão de um domínio discreto no espaço 3-D, pode no contexto aqui abordado, ser entendida como sendo a subdivisão do volume encerrado pelos pontos de amostra em tetraedros, onde o vertice de cada tetraedro é uma dessas amostras e cada face de cada tetraedro pertence a no máximo um outro tetraedro. Dois tipos de informações resultantes dessa subdivisão, podem suscitar interesse: a topologia de cada tetraedro resultante ou simplesmente a topologia das faces externas da subdivisão. Duas formas clássicas de solução para ambas as situações consistem respectivamente em:

- Computação das tesselações de Voronoi/Dirichlet e a partir daí, computação dos tetraedros de Delunay para o conjunto das amostras (1).
- Computação do envoltório convexo das amostras e posterior correção do resultado, com o acrescimo ao poliedro resultante dos vértices internos ao envoltório(2).

Pode-se ver claramente que os dois casos são distintos entre si. O primeiro trata da subdivisão volumétrica, enquanto o segundo trata da subdivisão superficial.



triangularização de Delunay de um cubo

triangularização superficial de um cubo

fig.1

A triangularização superficial tem importância sob dois aspectos:

- Na aproximação poliédrica de objetos tri-dimensionais.
- Na subdivisão celular de um domínio discreto para posterior aplicação de uma função interpolatória.

A técnica proposta a seguir, representa uma solução original para a questão da triangularização superficial. A mesma gera, face a face, um poliedro de faces triangulares onde cada um de seus vértices é um ponto de amostra. O método é simples e pode ser fácilmente implementado. Sua única limitação é a de que o objeto, ou seja sua superfície exterior, seja angularmente simples (3). A mesma se baseia essencialmente, em uma extensão de uma estratégia de triangularização 2-D proposta por Mc'Lain (4,), a qual será sumáriamente descrita a seguir.

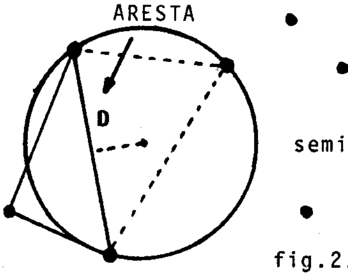
3. TRIANGULARIZAÇÃO 2-D SEGUNDO Mc'LAIN

Seja **P** um conjunto de amostras discretas $p_i=(x_i,y_i)$

A construção de uma malha de elementos triangulares cujos vertices são os pontos p_i, é feita como se segue:

A primeira aresta da malha é formada por qualquer ponto do conjunto e seu vizinho mais próximo.
Cada aresta criada divide o plano em dois semi-planos.
A associação de um ponto a uma aresta para a formação de um triangulo, obedece aos seguintes critérios:

1. O ponto deve ser visível pela aresta. Se a aresta pertence a algum triangulo ja montado, esta condição só será satisfeita se este ponto pertencer ao semi-plano oposto àquele que contiver o terceiro vértice do triangulo.
2. Será escolhido o ponto visível cujo valor associado **D** é mínimo, sendo **D** a distancia do circuncentro da circunferencia que passa pelo ponto e pelos pontos extremos da aresta, até a aresta.
obs.: distancias negativas de **D** tambem são consideradas. Isso acontece, quando o circuncentro se encontrar no mesmo semi-plano que o terceiro vertice.



semi-plano visível pela aresta

fig.2. determinação de um ponto de formação de um triangulo

4. MÉTODO PROPOSTO PARA TRIANGULARIZAÇÃO 3-D

Seja **P** um conjunto de amostras discretas $p_i=(x_i,y_i,z_i)$, efetuadas na superfície externa de um objeto qualquer.

-projetar cada ponto de amostra em uma esfera de raio unitário, cujo circuncentro pertença ao núcleo (1) da superfície amostrada.

- construir a primeira aresta, utilizando qualquer ponto de amostra projetado e seu vizinho projetado mais próximo na superfície da esfera.

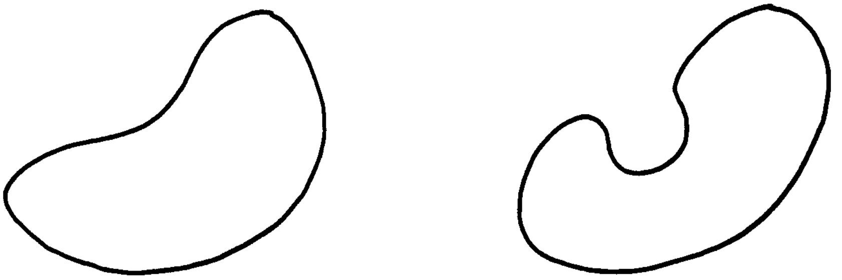
-montagem do primeiro triangulo:
  - para cada ponto projetado visível pela aresta:
    1.determinar o circuncentro da circunferencia que contem os pontos extremos da aresta e este ponto.
    2.montar o triangulo utilizando o ponto cuja distancia entre o circuncentro da circunferência e a aresta é mínima.

-montagem dos outros triangulos:
  - para toda aresta pertencente a apenas um triangulo:
    - para cada ponto visível pela aresta:
      repetir passos 1. e 2. usados na montagem do primeiro triangulo.

5. SIMPLICIDADE ANGULAR DE UM POLIEDRO

Um poliedro é angularmente simples quando o seu núcleo ou "kernell" é diferente de zero.(1). O núcleo de um poliedro é a região do espaço que abrange todos os pontos a partir dos quais, qualquer ponto da superfície do poliedro é visível.

O conceito de simplicidade angular pode ser extendido para uma superfcie fechada qualquer. A figura 3 ilustra algumas situações onde se verifica ou não a simplicidade angular. Para efeito de simplificação, foram utilizadas secções transversais e não objetos inteiros.



secção transversal angularmente simples.

secção transversal não angularmente simples.

fig. 3

6.DETERMINAÇÃO DO CENTRO DA ESFERA DE PROJEÇÃO

A única condição limitadora do método proposto, é a da que a o objeto a ser amostrado tenha um núcleo não nulo. Na aproximação poliédrica de objetos convexos, a determinação deste centro é imediata, pois todo interior do objeto constitui o seu próprio núcleo. Neste caso, o ponto $P=(1/N).\sum_{i=1}^{N} P_i$, poderia ser utilizado. Para objetos não convexos, a verificação da aplicabilidade do método deve ser estabelecida pelo seu usuário. A figura 4 ilustra um exemplo onde o objeto digitalizado é uma pêra. Apesar da não convexidade de sua superfície externa, verificou-se por simples observação do objeto, que o mesmo é angularmente simples. Foram amostrados 23 pontos e o centro da esfera foi posicionado no ponto determinado pela média aritimética simples dessas 23 amostras.

7. CONCLUSÕES

O método apresentado fornece como resultado uma triangularização para um conjunto de pontos no espaço tri-dimensional e pode ser aplicado a um número grande de diferentes situações práticas. O poliedro obtido pelo mesmo não é otimizado no sentido do maior ou do menor volume, uma vez que a triangularização só ē ōtima para os pontos projetados na esfera e não para os pontos originais. Em situações onde a otimização do volume não ē um fator crīico, o mesmo pode , devido ā sua simplicidade, vir a representar uma ferramenta interessante.

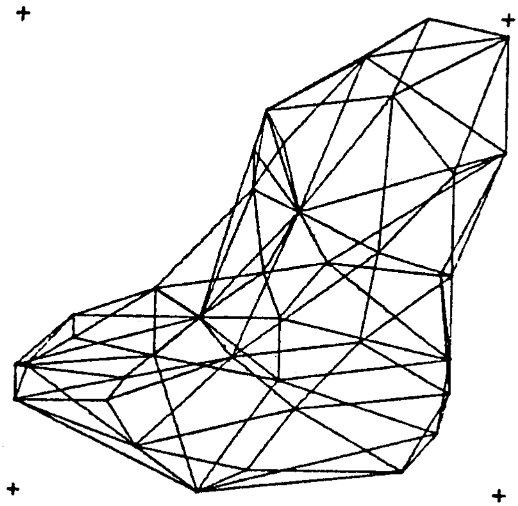


fig.4 aproximação poliēdrica de uma pēra obtida com o mētodo proposto.

. **REFERENCIAS**

1. Bowyer,A.; Computing Dirichlet tesselations. The Computer Journal, vol.24,nº2, 1981, pp 162-172.

2.O'Rourke, J.; Triangulation of minimal area as 3D objects. Proceedings of the 1981 International Joint Conference on Artificial Intelligence, USA. pp 664-666

3.Rourke, J.& Badler, N.; Decomposition of three-dimensional objects into spheres. IEEE Transactions on PAMI. PAMI-1,nº3, julho de 1979, pp 295-305.

4.McLain, D. H.; Two dimensional interpolation from random data. The Computer Journal, vol 19, nº 2 , 1976, pp 178-181.